引文格式:程茂原,何丽娜,王虎,等.利用改进抗差模型固定低成本接收机PPP模糊度[J].武汉大学学报(信息科学版),2026,51(5):965-978.DOI:10.13203/j.whugis20240280

Citation:CHENG Maoyuan,HE Li'na,WANG Hu,et al.Fixing PPP Ambiguity for Low-Cost Receivers with an Improved Robust Model[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2026,51(5):965-978.DOI:10.13203/j.whugis20240280

利用改进抗差模型固定低成本接收机PPP模糊度

程茂原[1,3] 何丽娜[1,3] 王 虎[2,3] 马宏阳[4] 王亚峰[1] 李慧达[1]

1 河海大学地球科学与工程学院,江苏 南京,211100

2 中国测绘科学研究院,北京,100036

3 测绘科学与地球空间信息技术自然资源部重点实验室,北京,100036

4 南京工业大学测绘科学与技术学院,江苏 南京,211800

摘 要:低成本接收机观测数据的质量通常较低,主要表现为观测值中粗差发生率较高以及周跳发生频繁等,导致精密单点定位(precise point positioning,PPP)模糊度固定困难且在定位过程中常出现重复收敛现象。针对这一问题,在经典测量与地球物理研究所(Institute of Geodesy and Geophysics,IGG)Ⅲ抗差模型的基础上,通过卡尔曼滤波验后残差进一步分析观测值质量并结合周跳信息识别异常值,提出一种改进IGGⅢ抗差模型。采用低成本司南导航接收机采集不同场景下的静态数据,利用改进模型进行PPP部分模糊度固定,结果表明,与经典模型相比,开阔环境中全球定位系统(global positioning system,GPS)和北斗卫星导航系统(BeiDou satellite navigation system,BDS)单系统PPP定位精度在东(east,E)、北(north,N)方向上分别改进了16.81%、38.33%和5.61%、1.39%,GPS+BDS双系统PPP定位精度在E、N方向上分别改进了11.46%、35.75%。遮挡环境中,GPS单系统PPP在E、N、天(up,U)方向的定位精度分别改进了11.23%、2.65%、23.14%,BDS单系统PPP在E、N、U方向的定位精度分别改进了14.96%、12.35%、5.76%,GPS+BDS双系统PPP定位精度在E、N、U方向上分别改进了12.52%、21.15%、8.21%。同时,在遮挡环境下,改进模型改进了收敛特性,GPS+BDS双系统模糊度首次固定时间缩短了26.05%,模糊度固定率较经典模型也提升了13.61%,但在开阔环境中改进抗差模型对于模糊度收敛特性并无明显改善。

关键词:GNSS;低成本接收机;PPP;模糊度固定;IGGⅢ抗差模型

中图分类号:P228 **文献标识码**:A **收稿日期**:2025-07-30

DOI:10.13203/j.whugis20240280 **文章编号**:1671-8860(2026)05-0965-14

Fixing PPP Ambiguity for Low-Cost Receivers with an Improved Robust Model

CHENG Maoyuan[1,3] *HE Li'na*[1,3] *WANG Hu*[2,3] *MA Hongyang*[4] *WANG Yafeng*[1] *LI Huida*[1]

1 School of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China

2 Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100036, China

3 Key Laboratory of Surveying and Mapping Science and Geospatial Information Technology, Ministry of Natural Resources, Beijing 100036, China

4 School of Geomatics Science and Technology, Nanjing Tech University, Nanjing 211800, China

Abstract: **Objectives**: Due to the generally lower quality of observation data from low-cost receivers, primarily characterized by a high occurrence rate of gross errors and frequent cycle slips in the measurements, fixing ambiguities for precise point positioning (PPP) is difficult. Furthermore, the positioning process often experiences repeated reconvergence. To improve the positioning accuracy and convergence speed of low-

基金项目:国家自然科学基金(42274044,42574028,41874042);国家重点研发计划(2022YFB3903902,2022YFB3903900);地理信息工程国家重点实验室、自然资源部测绘科学与地球空间信息技术重点实验室2023年联合资助基金(2023-01-01);中国测绘科学研究院科研业务费(AR2403);江苏省水利科技项目(2022062)。

第一作者:程茂原,博士生,主要从事GNSS导航定位及其应用研究。cc_kyrie@163.com

通信作者:何丽娜,博士,副教授。hlnyh@foxmail.com

cost global navigation satellite system (GNSS) receivers, an improved IGG (Institute of Geodesy and Geophysics) Ⅲ robust model is proposed. **Methods:** The observation data quality of two low-cost GNSS receivers is analyzed in detail, and the SinoGNSS receiver is selected as the research object accordingly. An improved IGG Ⅲ robust model suitable for low-cost receivers is developed based on the classical IGG Ⅲ robust model. The proposed model uses Kalman filtering post-fit residuals to further analyze the quality of observations involved in the solution, and combines cycle slip identification results for outlier identification. PPP with ambiguity resolution (PPP-AR) experiments are performed with static data collected by the SinoGNSS receiver in different observation environments, and the model's improved performance is analyzed in terms of positioning accuracy and convergence characteristics. **Results:** Experimental verification confirms that the improved IGG Ⅲ robust model significantly enhances horizontal positioning accuracy in open-sky environments. Compared with the classical model, it achieves notable accuracy gains for single-system PPP-AR: The positioning accuracy in the east and north directions is increased by 16.81% and 38.33% respectively for global positioning system (GPS) single-system PPP-AR, by 5.61% and 1.39% respectively for BeiDou satellite navigation system (BDS) single-system PPP-AR, and by 11.46% and 35.75% respectively for GPS+BDS dual-system PPP-AR. In occluded environments, the improved IGG Ⅲ robust model also achieves significant positioning accuracy gains over the classical model. For single-system and dual-system PPP-AR, the positioning accuracy in the east, north, and up directions is increased as follows: by 11.23%, 2.65%, and 23.14% for GPS single-system PPP-AR, by 14.96%, 12.35%, and 5.76% for BDS single-system PPP-AR, and by 12.52%, 21.15%, and 8.21% for GPS+BDS dual-system PPP-AR, respectively. **Conclusions:** The improved IGG Ⅲ robust model outperforms the classical model in positioning accuracy and ambiguity resolution performance. It delivers reliable performance in both open-sky and occluded environments, and significantly enhances the robustness of single-system and dual-system PPP-AR solutions. Its convergence performance is comparable to the classical model in open-sky environments, while exhibiting notable advantages in occluded environments.

Key words: GNSS; low-cost receiver; PPP; ambiguity resolution; IGGⅢ robust model

近年来,全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)精密定位服务广泛应用于智慧城市和交通运输等领域[1]。传统的测地型接收机价格较高且使用不便,难以在日常生活中普及,因此,越来越多的厂商面向大众市场生产了各种类型的低成本接收机。低成本接收机是由抗多径效应较差的低成本天线和导航精度较差的板卡组成的接收机,国内外低成本接收机的代表生产商有司南导航(SinoGNSS)、优北罗(u-blox)等。低成本接收机具有功耗低、体积小、价格低等优点,被广泛应用于智能穿戴设备、共享单车和车辆等不同的设备之中[2]。受低成本、低功耗的信号接收单元和不够完善的处理算法等限制,当前市场上的低成本接收机输出的定位精度仅在十米至数十米量级[3-4]。随着社会经济的发展,城市街道等遮挡环境对低成本接收机的定位精度提出了更高的要求。

低成本接收机的观测数据质量较差,导致其精密单点定位(precise point positioning, PPP)模糊度固定非常困难。目前,实现低成本接收机PPP模糊度固定的方法主要分为两类:外部设备辅助增强方法和针对原始观测数据进行算法改进的方法。外部设备辅助增强方法主要通过惯性测量单元和外接测量级天线来增强原始观测数据。文献[5]针对复杂城市环境中动态车载数据容易发生短期中断导致难以实现稳定可靠的PPP模糊度固定解的问题,提出了一种惯性信息辅助逐级质量控制的PPP模糊度固定算法;文献[6]通过小米8智能手机外接测量级天线的方式实现了静态PPP固定解的厘米级定位精度;文献[7]提出了惯性信息辅助的抗差部分模糊度固定模型,消除了伪距观测值粗差对浮点模糊度估计的影响,通过车载场景下的惯性导航系统(inertial navigation system, INS)/GNSS组合导航进行实测验证,结果表明,在INS辅助的条件下,即使在GNSS信号中断了19 s后,该模型也能在信号恢复后的5 s内重新实现载波相位模糊度的固定,从而获得可靠的固定解。文献[8]通过外接低成本的螺旋天线增强智能手机原始观测数据,提出了基于区域大气增强的PPP-实时动态定位

(real-time kinematic, RTK)方法,实现了单双频混合的智能手机PPP快速固定并使其达到厘米级的定位精度。与上述借助外部辅助增强的方法不同,另一类研究侧重于对GNSS原始观测数据进行算法改进,其核心思路是通过对原始观测值进行抗差处理,抑制异常观测与粗差的不利影响,以提高定位精度。针对复杂环境下GNSS数据的特点,文献[9]基于测量与地球物理研究所(Institute of Geodesy and Geophysics, IGG)Ⅲ抗差算法,提出了一种部分模糊度固定算法。文献[10-11]将抗差卡尔曼(Kalman)滤波算法用于低成本接收机RTK中,提升了定位性能;文献[12-14]深入研究了智能手机与低成本接收机的数据特征,提出了在线改正相位偏差并固定模糊度的方法,实现了小米8智能手机在外接天线时双频全星座GNSS模糊度的正确固定;文献[15]针对低成本接收机原始观测数据存在不同频率混合的情况,提出了混合频率和改正值分类的区域网络增强PPP模型,该模型在静态和动态环境下均实现了厘米级的定位精度并显著缩短了模糊度首次固定的时间;文献[16-17]通过深入研究低成本接收机原始观测数据的特点,提出了适用于单频低成本GNSS接收机的多模GNSS非组合PPP模型,实现了静态PPP的厘米级定位精度并将其应用于空间大气研究;文献[18-19]提出了一种基于原始观测值的绝对信号偏差(observable-specific signal bias, OSB),以解决卫星端产生的伪距和相位硬件延迟所导致的小数偏差问题。与传统的相位小数偏差和差分码偏差不同,OSB产品是通过统一的基准方法生成的,可直接应用于原始观测值并进行改正。

针对GNSS观测数据中的粗差与异常值问题,抗差估计是一类稳健有效的处理手段。文献[20]根据观测向量相关权矩阵,提出了基于等价方差-协方差的抗差估计;文献[21]在此基础上进一步优化,提出了经典的IGGⅢ相关等价权抗差方案。针对观测值数据质量如何优化的问题,学者们将IGGⅢ抗差方案与Kalman滤波结合,将抗差Kalman滤波方法应用于GNSS精密定位中[9-11,22-23]。现有研究表明,抗差Kalman滤波能够有效抑制异常观测值对于定位解的影响,对于PPP模糊度固定而言,在解算过程中进行针对性的抗差处理,是进一步提升其解算精度的有效改进思路。

事实上,经典的IGGⅢ抗差方法对于所有观测值的同时处理会导致观测值质量好的残差受到质量较差观测值的影响[22,24]。同时,在PPP模糊度固定的过程中,载波相位观测值中未被探测的小周跳会导致模糊度的重复收敛。本文针对低成本接收机观测数据中存在的未被探测的粗差或周跳,对原始观测数据进行抗差处理和质量控制,在PPP过程中优化质量控制方法,基于IGGⅢ等价权模型[21,25],依据Kalman滤波验后残差改进抗差模型,提出了适用于低成本接收机的抗差PPP模糊度固定模型,实现了定位性能的提高。使用武汉大学国际GNSS服务(International GNSS Service, IGS)分析中心提供的武汉大学多系统GNSS(Wuhan University multi-GNSS, WUM)最终精密轨道、钟差和OSB产品对低成本接收机PPP模糊度固定结果进行分析研究,通过均方根值(root mean square, RMS)和首次固定时间(time to first fix, TTFF)等指标来评价定位精度和PPP模糊度固定的效果。

1　低成本接收机定位模型

本文基于无电离层(ionosphere-free, IF)观测值组合来介绍PPP模糊度固定的基本原理。根据经典IGGⅢ抗差模型,综合考虑验后残差和周跳,建立适用于低成本接收机的抗差模型。

1.1　函数模型

IF组合观测值[26]的计算公式为:

$$\begin{cases} P_{r,\mathrm{IF}}^{s}=\rho_r^s+t_r-t^s+m_{r,w}^{s}\cdot Z_{r,w}+\left(\alpha_{ij}b_{r,i}+\beta_{ij}b_{r,j}\right)-\left(\alpha_{ij}b_i^s+\beta_{ij}b_j^s\right)+e_{r,\mathrm{IF}}^{s} \\ L_{r,\mathrm{IF}}^{s}=\rho_r^s+t_r-t^s+m_{r,w}^{s}\cdot Z_{r,w}+\left(\alpha_{ij}B_{r,i}+\beta_{ij}B_{r,j}\right)-\left(\alpha_{ij}B_i^s+\beta_{ij}B_j^s\right)+\lambda_{\mathrm{IF}}N_{r,\mathrm{IF}}^{s}+\varepsilon_{r,\mathrm{IF}}^{s} \end{cases} \tag{1}$$

式中,$P_{r,\mathrm{IF}}^{s}$和$L_{r,\mathrm{IF}}^{s}$分别为IF组合的伪距和载波相位观测值;ρ_r^s为卫星和接收机天线相位中心之间的几何距离;t_r、t^s分别为接收机钟差和卫星钟差;$Z_{r,w}$和$m_{r,w}^{s}$分别表示天顶对流层湿延迟及投影函数;$\alpha_{ij}=\dfrac{f_i^2}{f_i^2-f_j^2}$,$\beta_{ij}=-\dfrac{f_j^2}{f_i^2-f_j^2}$为IF组合系数,其中$f_i$和$f_j$表示不同的频率;$b_i^s$、$b_j^s$和$b_{r,i}$、$b_{r,j}$分别表示卫星端和接收机端的伪距硬件延迟;$B_i^s$、$B_j^s$和$B_{r,i}$、$B_{r,j}$分别表示不同频率上的卫星端和接收机端的相位硬件延迟;λ_{IF}和$N_{r,\mathrm{IF}}^{s}$分别表示IF组合的波长和整周模糊度;$e_{r,\mathrm{IF}}^{s}$和$\varepsilon_{r,\mathrm{IF}}^{s}$分别表示伪距和相位组合观测值的其余误差总和。

在解算过程中,使用WUM的OSB产品改正卫星端的硬件延迟,改正方法为:

$$\begin{cases} L_c = L - L_{\mathrm{OSB}} \\ P_c = P - P_{\mathrm{OSB}} \end{cases} \tag{2}$$

式中,L_c、P_c分别代表改正后的相位和伪距观测值;L、P分别代表原始相位和伪距观测值;L_{OSB}、P_{OSB}分别代表相位和伪距的OSB改正数。

通过OSB产品改正后的伪距和相位观测值可改正卫星端的硬件延迟,为恢复IF组合模糊度的整数特性,依次固定波长相对较长的宽巷(wide-lane, WL)模糊度N^s_{WL}和波长相对较短的窄巷(narrow-lane, NL)模糊度N^s_{NL}[6],计算公式为:

$$\lambda_{\mathrm{IF}} \cdot N_{\mathrm{IF}} = \frac{f_j}{f_i + f_j}\lambda_{\mathrm{WL}} N^s_{\mathrm{WL}} + \lambda_{\mathrm{NL}} N^s_{\mathrm{NL}} \tag{3}$$

式中,N_{IF}为IF组合模糊度;λ_{WL}和λ_{NL}分别代表WL和NL的波长。

WL模糊度的波长较长,采用伪距相位组合的MW(Melbourne-Wübbena)组合经过多历元平滑计算得到[6]。NL模糊度的波长短、噪声大[27],经OSB产品改正后与观测值中残余误差的相关性仍较强,通过最小二乘模糊度降相关平差(least-squares ambiguity decorrelation adjustment, LAMBDA)算法固定[28-29]。

1.2 改进的IGGⅢ抗差模型

本文基于Kalman滤波,通过滤波迭代更新所得的估计值与测量值计算得到观测值验后残差,分析无抗差滤波迭代验后残差以确定伪距和载波相位验后残差阈值,结合IGGⅢ抗差模型对观测值的权重进行等价权处理,算法模型具体流程如下:

1)计算Kalman滤波验后残差。依据Kalman滤波方程,k时刻的状态估计值$\hat{\boldsymbol{X}}_k$[30]的计算公式为:

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k = \hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1} + \boldsymbol{K}_k\left(\boldsymbol{Z}_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}\right) \tag{4}$$

式中,$\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1} = \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}$为状态预测值,$\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}$为转移矩阵;$\boldsymbol{K}_k = \boldsymbol{P}_k^- \boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_k^-\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k\right)^{-1}$为滤波增益矩阵,其中$\boldsymbol{P}_k^-$为估计的状态向量方差阵,$\boldsymbol{H}_k$为量测矩阵,$\boldsymbol{R}_k$为观测噪声方差阵;$\boldsymbol{Z}_k$为系统的观测值。

Kalman滤波的新息、验后残差以及各自方差-协方差阵计算公式分别为:

$$\boldsymbol{V}_{k,k-1} = \boldsymbol{Z}_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{Q}_{V_{k,k-1}} = \boldsymbol{R}_k + \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_k^-\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{V}_k = \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{X}}_k - \boldsymbol{Z}_k = -\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{Q}^{-1}_{V_{k,k-1}}\boldsymbol{V}_{k,k-1} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{Q}_{V_k} = \boldsymbol{R}_k\boldsymbol{Q}^{-1}_{V_{k,k-1}}\boldsymbol{R}_k^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

式中,$\boldsymbol{V}_{k,k-1}$为新息向量,是系统观测值与状态预测值之间的误差值,属于验前检测量;$\boldsymbol{Q}_{V_{k,k-1}}$、$\boldsymbol{Q}_{V_k}$均为方差-协方差阵;$\boldsymbol{V}_k$为验后残差向量。

与新息不同,经Kalman滤波迭代过后的验后残差之间存在一定的相关性,会导致干净的观测值被污染且其先验权值受到影响。因此,本文抗差处理模型如下:通过一次迭代验后残差得到不同观测环境下伪距和载波相位观测值的自适应初始验后残差阈值,基于此阈值在后续抗差Kalman滤波解算过程中对所有观测值进行快速初筛;当卫星伪距和载波相位观测值的任一验后残差超过阈值时,该卫星不参与当前历元中的定位解算,通过阈值筛选的卫星则进入下一步的等价权处理。

2)依据IGGⅢ权函数[23]进行改进抗差处理。等价权函数计算公式为:

$$\bar{p}_i = \begin{cases} p_i, |\tilde{v}_i| \leqslant k_0 \\ p_i\dfrac{k_0}{|\tilde{v}_i|}\left(\dfrac{k_1 - |\tilde{v}_i|}{k_1 - k_0}\right)^2, k_0 < |\tilde{v}_i| \leqslant k_1 \\ 0, |\tilde{v}_i| > k_1 \end{cases} \tag{9}$$

式中,$\bar{p}_i$为等价权处理后的观测值权重;p_i为观测量l_i相对应的权重;$\tilde{v}_i = \dfrac{v_i}{\sigma_i}$为验后标准化残差,其中$v_i$和$\sigma_i$分别为$l_i$的验后残差阵和方差-协方差阵中对角线元素的平方根值;k_0、k_1为调和系数常量,本文设置$k_0 = 1.5$,$k_1 = 5.0$。

为减少PPP模糊度固定解算时模糊度的频繁初始化,质量控制阶段使用了较大的粗差和周跳阈值。由此带来的问题是,即使观测值通过了数据预处理阶段的筛选,仍可能存在残留在观测值序列中未被探测的粗差和周跳。因此,为避免部分或单一粗差被分配到其余干净观测值中而导致其验后残差增大,从而影响其权值[22],在抗差Kalman滤波处理时,首先按照步骤1)所述方法进行观测值初筛,随后对当前历元中验后标准化残差最大值$(\tilde{v}_i)_{\max}$对应的卫星观测值进行等价权处理。同时,为减少低成本接收机PPP模糊度固定解算过程中模糊度参数难以固定等问题,实现在定位解算过程中将等价权处理与模糊度参数融合的改进抗差处理策略,具体步骤如下:

(1)当伪距和载波相位观测值的$|(\tilde{v}_i)_{\max}| \leqslant k_0$时,该卫星的观测值落入保权域内,其在PPP模糊度固定解算过程中的权值和模糊度参数不作任何改变。

(2)当伪距或载波相位观测值的$|(\tilde{v}_i)_{\max}| > k_1$时,该卫星的观测值落入拒绝域内,则重新估计该卫星的模糊度参数,并且该历元解算过程中均不使用该卫星的任何观测值。

(3)当伪距或载波相位观测值满足 $k_0<|(\tilde{v}_i)_{\max}|\leqslant k_1$ 时,该卫星的观测值落入降权域内。此时当判断该卫星的载波相位观测值是否发生周跳,若发生周跳,则重置卫星的模糊度参数,并且该历元解算过程中不使用该卫星的观测值;反之,则对该卫星观测值进行等价权处理,并做标记不参与模糊度固定。若连续两个历元该卫星观测值的验后标准化残差均最大且都落入降权域内,但未检测出周跳发生,则认为该卫星的载波相位观测值存在粗差,对模糊度参数进行重新估计,当前历元该卫星的观测值仅参与浮点解计算。具体算法流程如图 1 所示。

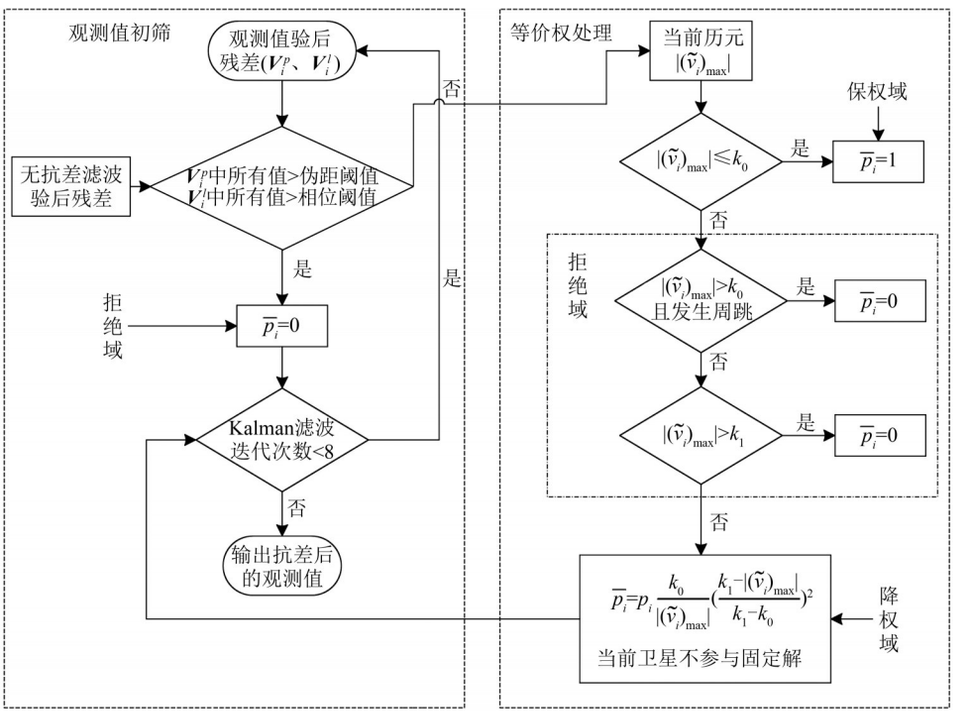


图 1　改进的 IGGⅢ抗差模型算法流程

Fig. 1　Algorithm Flow of the Improved IGGⅢ Robust Model

2　模糊度固定实验与分析

2.1　实验环境和仪器

使用前文所述 PPP 算法和改进抗差模型对测试采用的 u-blox 和 SinoGNSS 两款低成本接收机所采集的观测数据进行静态 PPP 定位实验,分别在开阔和遮挡环境下采集了时长均为 2 h 的数据,实验环境及设备连接如图 2 所示。

u-blox 和 SinoGNSS 两个低成本接收机均可观测到全球定位系统(global positioning system, GPS)、北斗卫星导航系统(BeiDou satellite navigation system, BDS)、Galileo 和 GLONASS 4 大卫星系统的数据,对应的低成本接收机的天线参数和观测到的频率范围如表 1 所示。

对表 1 中的低成本接收机在遮挡环境下所接收到的观测数据进行分析,两个低成本接收机观测数据的可见卫星数据情况如图 3 所示。

由图 3 可知,u-blox 接收机只能接收到 BDS-2 卫星信号的观测数据,并且信号受到了较大干扰,数据中断率较高,存在大量周跳;SinoGNSS 接收机观测数据完整性较高且可接收 BDS-3 卫星的观测数据。通过对比可见卫星数发现,在相同的观测环境下,SinoGNSS 接收机的观测数据质量优于 u-blox。因此,本文基于 SinoGNSS 接收机的观测数据进行 PPP 模糊度固定等的分析与讨论,u-blox 接收机的数据用于和 SinoGNSS 接收机组成超短基线以求解 SinoGNSS 接收机的参考位置。

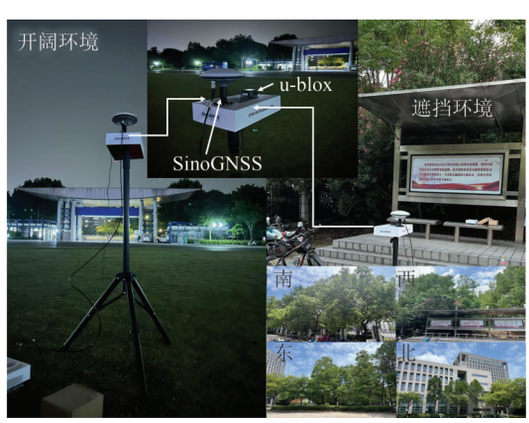


图 2　实验环境及设备连接示意图

Fig. 2　Schematic Diagram of Experimental Environment and Equipment Connection

表1 低成本接收机的天线参数和观测频率范围

Table 1 Antenna Parameters and Observation Frequency Range of Low-Cost Receivers

天线型号	GNSS板卡类型	天线极化方式	频率范围
AT360	EVK-K8	右旋圆极化	GPS L1/L2/L5 BDS B1I/B1C/B2a/B3I GLONASS G1/G2 Galileo E1/E5a/E5b
BT-345AJL2	u-blox-F9P	右旋圆极化	GPS L1/L2 BDS B1-2/B2b(BDS-2) GLONASS G1/G2 Galileo E1/E5b

图4分析了SinoGNSS接收机在开阔和遮挡环境的相同观测时段下的可见卫星数与位置精度因子(position dilution of precision, PDOP)值。与开阔环境相比,遮挡环境下的可见卫星数下降了15.44%,PDOP值升高了10.96%。

2.2 PPP处理策略

本文实验采用§1.2提出的改进抗差Kalman滤波进行参数估计。观测值通过WUM的伪距和载波相位OSB产品进行改正后,采用部分模糊度固定方法进行PPP解算,算法的具体流程为:

1)WL模糊度固定。通过MW组合多历元平滑取整求解得到WL模糊度固定解,仅当备选有效WL模糊度个数≥4时进入NL模糊度固定,否则该历元直接输出浮点解。

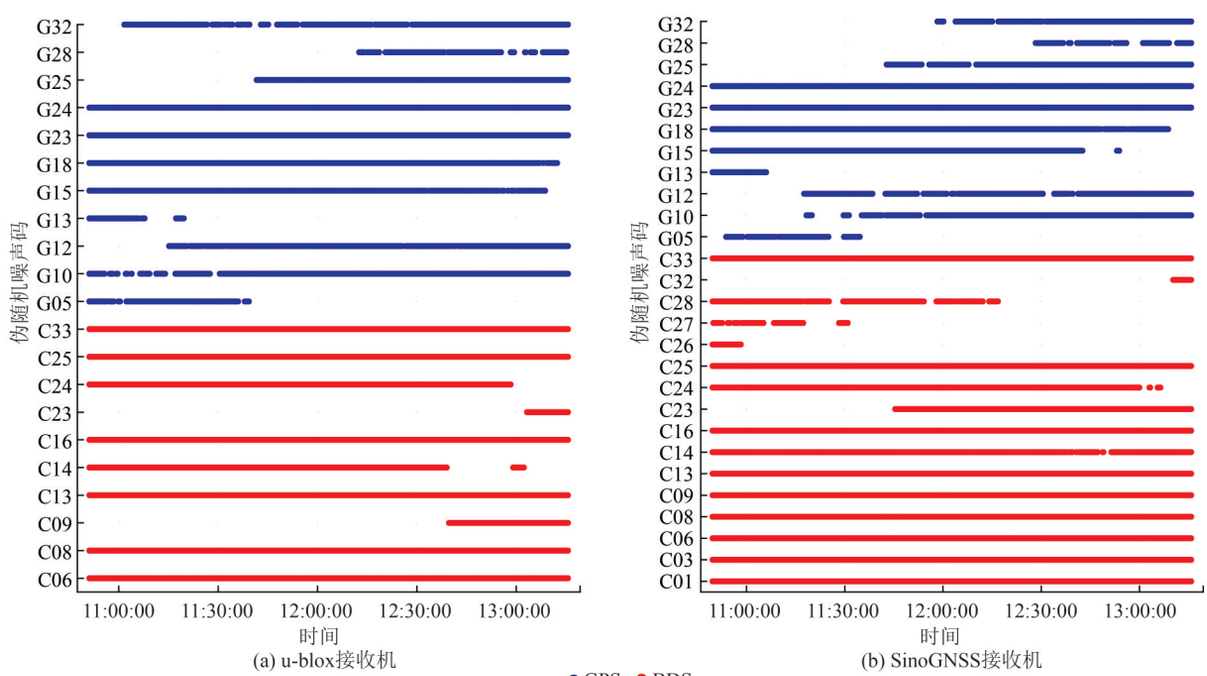


图3 低成本接收机可见卫星数据情况

Fig. 3 Data Status of Visible Satellites for Low-Cost Receivers

2)NL浮点模糊度求解。先将已经确定的WL模糊度固定解子集和IF组合模糊度联合求解得到NL浮点模糊度子集,随后选取高度角最大的卫星为参考星,与同星座内其余卫星作差得到单差NL浮点模糊度。

3)NL模糊度固定。通过LAMBDA算法对单差NL浮点模糊度进行固定,若固定的子集通过比值(ratio)检验和拔萃化法(Bootstrapping)成功率检验,则输出固定解[31-33]。未通过检验则迭代剔除当前集合中模糊度方差最大的一组模糊度[34],并重新计算剩余NL模糊度子集中的ratio值和Bootstrapping值进行检核,通过检核则输出固定解,未通过则再次删除方差最大的一组模糊度并重复上述步骤。当剩余子集中单差NL模糊度组数≥3且通过检核条件时输出固定解;否则认为该历元模糊度固定失败,输出浮点解。

本文NL模糊度与观测值采样率保持一致,即每秒估计一组,其余参数处理策略见表2。表2中,随机模型中的σ为观测值中误差,a、b分别为常数误差系数和与高度角相关的误差系数,伪距观测值的a、b分别取0.2 m、0.3 m,载波相位观测值的a、b分别取0.002 m、0.003 m,e为高度角。

2.3 观测值验后残差分析

为获取§1.2中改进抗差IGGⅢ模型中的伪距

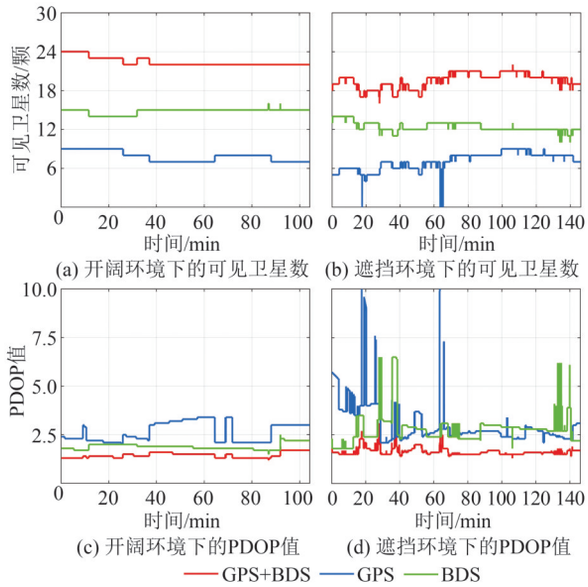


图 4　SinoGNSS 接收机数据质量分析

Fig. 4　Analysis for Data Quality of SinoGNSS Receiver

表 2　PPP 处理策略

Table 2　Processing Strategy of PPP

参数类型	处理模型
精密轨道和钟差产品	WUM 精密轨道和钟差产品
硬件延迟改正产品	WUM 伪距和相位 OSB 产品
卫星系统	GPS/BDS
信号频点	GPS:L1+L2 BDS:B1I+B3I
采样率/s	1
随机模型	$\sigma^2=a^2+b^2/(\sin e)^2$
浮点解截止高度角/(°)	10
固定解截止高度角/(°)	15
先验观测值中误差	相位 3 mm,伪距 0.3 m
接收机坐标	白噪声
接收机钟差	白噪声
电离层延迟	双频 IF 组合
对流层延迟	干延迟:Saastamoinen 模型 湿延迟:随机游走
卫星和接收机天线相位中心改正	igs20.atx
相位缠绕	模型改正
模糊度固定	部分模糊度固定
参数估计方法	抗差 Kalman 滤波

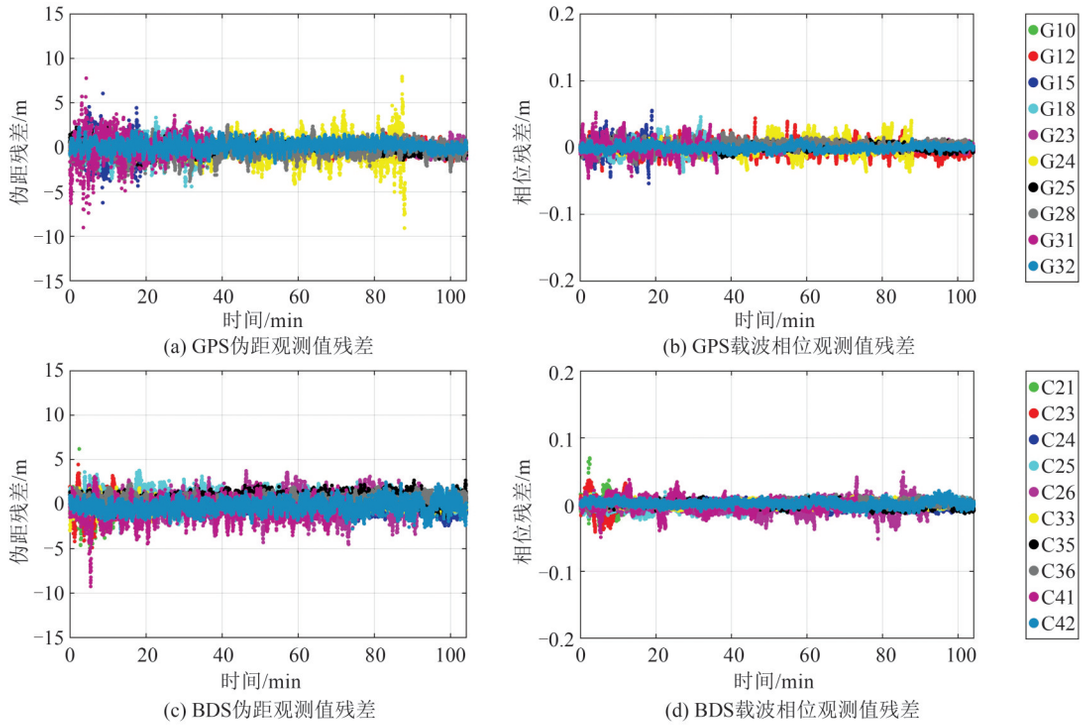
和相位阈值,首先对 Kalman 滤波后的验后残差进行分析,实验结果表明,经过一次滤波迭代后的验后残差更接近于观测数据本身的质量。本文在不做抗差处理的情况下对不同系统进行 PPP 实验,得到滤波后的验后残差,图 5 和图 6 分别给出了开阔和遮挡环境下观测数据的验后残差分析。

上述结果表明,开阔环境和遮挡环境下载波相位观测值的一次迭代验后残差保持在±0.2 m,因此,载波相位观测值的验后残差阈值设置为 0.2 m。相比之下,遮挡环境下伪距观测值受多路径效应的影响较为严重,导致其噪声水平较高,一次迭代验后残差基本在±20 m;而在开阔环境下,一次迭代验后残差基本在±10 m。基于观测环境差异,本文设置不同的验后残差阈值,将遮挡环境下伪距观测值的验后残差阈值设为 15 m,将开阔环境下伪距观测值的验后残差阈值设为 8 m,以适应其较高的噪声水平。

2.4　算例分析

为分析改进抗差模型的模糊度固定性能,本文基于 SinoGNSS 接收机所采集的数据和 WUM 精密轨道、钟差和 OSB 产品,参考位置由 u-blox 接收机和 SinoGNSS 接收机组成的超短基线通过 RTKLIB-demo5 软件[35]进行 RTK 解算得到,在不同环境中进行 GPS+BDS 双系统静态 PPP 模糊度固定实验,并进行定位精度统计分析,计算东(east, E)、北(north, N)、天(up, U)3 个方向的定位误差、RMS、TTFF 和模糊度固定成功率。本文定义的收敛标准为 E、N、U 3 个方向的定位误差小于 0.2 m 且至少保持 20 个历元,以此为标准计算在开阔和遮挡环境下经典抗差模型 $V0$ 和改进抗差模型 $V1$ 的定位精度。图 7 统计了连续一个星期内开阔和遮挡环境下两种抗差模型 GPS+BDS 双系统 PPP 模糊度固定后在 E、N、U 3 个方向的 RMS。结果显示,开阔环境下的两组实验,经典抗差模型在 E、N、U 3 个方向的平均定位精度分别为 10.42 cm、5.48 cm、17.93 cm,改进抗差模型后在 3 个方向的平均定位精度分别为 9.69 cm、4.84 cm、17.32 cm,较经典模型分别提升了 7.01%、11.68% 和 3.40%。相较于开阔环境,遮挡环境下改进抗差模型定位精度提升的效果更为显著,多组实验中经典抗差模型在 E、N、U 3 个方向的平均定位精度分别为 28.42 cm、23.01 cm、50.77 cm,而使用改进模型后,3 个方向的平均定位精度分别为 23.75 cm、18.45 cm、43.91 cm,较经典模型分别提升了 16.43%、19.82% 和 13.51%。

表 3 统计了两种抗差模型在开阔和遮挡环境下的模糊度固定特性,结果表明:除年积日 164 的观测数据外,本文改进抗差模型在两类环境下的模糊度 TTFF 均缩短至 10 min 以内;相较于传统模型,开阔环境下 TTFF 平均提升率为 22.56%,遮挡环境下 TTFF 平均提升率为 14.82%。同时,模糊度固定率也有不同程度的提升,开阔和遮挡环境平均模糊度固定率分别提升了 5.97% 和 6.67%。

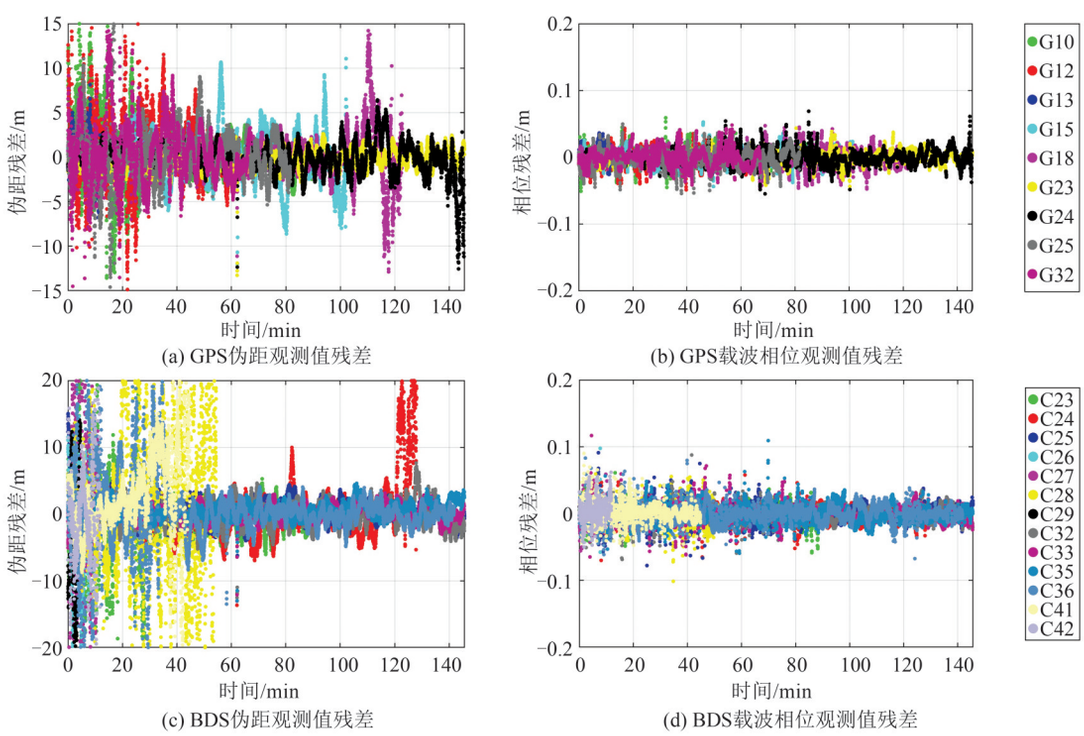


(a) GPS伪距观测值残差 (b) GPS载波相位观测值残差

(c) BDS伪距观测值残差 (d) BDS载波相位观测值残差

图5 开阔环境下的伪距和相位验后残差

Fig. 5 Post-Fit Residuals of Pseudorange and Phase in Open-Sky Environment



(a) GPS伪距观测值残差 (b) GPS载波相位观测值残差

(c) BDS伪距观测值残差 (d) BDS载波相位观测值残差

图6 遮挡环境下的伪距和相位验后残差

Fig. 6 Post-Fit Residuals of Pseudorange and Phase in Occluded Environment

为进一步分析改进抗差模型在开阔和遮挡环境下的改进效果,在开阔和遮挡环境下的实验中任选一天详细分析GPS、BDS单系统和GPS+BDS双系统3种模式在两种抗差模型下的PPP模糊度固定结果,收敛标准与前文保持一致。

图8和图9分别分析了开阔和遮挡环境下两种抗差模型的GPS单系统、BDS单系统和GPS+BDS双系统的PPP模糊度固定实验的收敛过程和定位误差时间序列。由图8、9可知,定位误差曲线较改进前平滑,改进模型前后的提升主要体现在缩短定位前期收敛时间和抑制异常观测值导致的定位误差跳变两方面。在模糊度

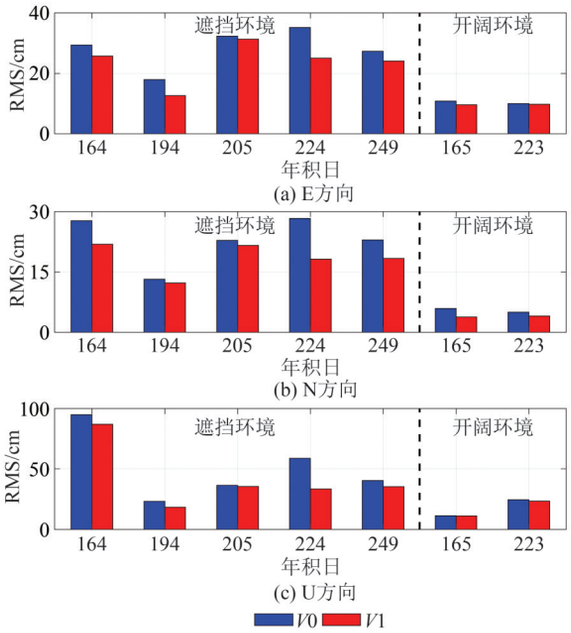


图 7　两种抗差模型的定位精度统计

Fig. 7　Statistics for Positioning Accuracy of Two Robust Models

初始收敛阶段,改进抗差模型在 E、N、U 3 个方向的定位精度在两种实验环境下都优于经典抗差模型。开阔环境下改进抗差模型对于定位精度的提升并不显著。在遮挡环境中,改进抗差模型的 GPS 和 BDS 单系统定位在 E、U 方向的初始收敛时间显著缩短,且 BDS 单系统定位精度优于 GPS 单系统;而在滤波收敛后,改进抗差模型与经典抗差模型相比,定位精度并未发现明显提高。

表 3　两种抗差模型的模糊度固定特性

Table 3　Characteristics for Ambiguity Fixing of Two Robust Models

不同环境	年积日	TTFF/min		固定率/%	
		*V*0	*V*1	*V*0	*V*1
遮挡环境	164	13.82	10.22	75.55	89.16
	194	9.97	8.55	62.44	62.58
	205	8.97	7.55	80.39	83.83
	224	8.48	8.00	60.00	66.64
	249	10.55	9.25	46.65	56.19
开阔环境	165	10.77	7.07	89.09	95.07
	223	10.78	9.62	83.62	89.57

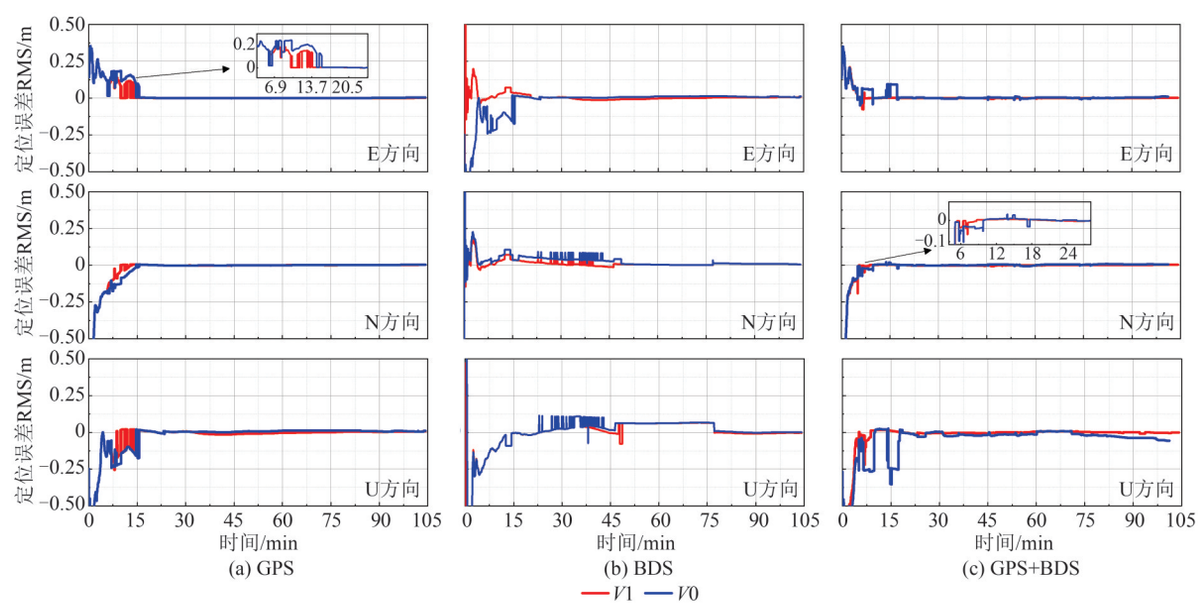


图 8　开阔环境下的定位误差

Fig. 8　Positioning Errors in Open-Sky Environment

为进一步分析不同环境下改进抗差模型对于 PPP 模糊度固定性能和定位精度的提升效果,表 4 和表 5 分别统计了开阔和遮挡环境下不同定位策略在 E、N、U 3 个方向定位误差的 RMS、TTFF 和模糊度固定率。

相比于经典抗差模型,改进抗差模型在 E、N、U 3 个方向的精度均有一定提升。在开阔环境下,GPS 单系统在 E、N、U 3 个方向的定位精度分别提升了 16.81%、38.33%、0.97%,BDS 单系统在 E、N、U 3 个方向的定位精度分别提升了 5.61%、1.39%、0.43%,GPS+BDS 双系统在 E、N、U 3 个方向的定位精度分别提升了 11.46%、35.75%、1.67%。在遮挡环境下,GPS 单系统在 E、N、U 3 个方向的定位精度分别提升了 11.23%、2.65%、23.14%,BDS 单系统在 E、N、U 3 个方向的定位精度分别提升了 14.96%、12.35%、5.76%,GPS+BDS 双系统在 E、N、U 3 个方向的定位精度分别提升了 12.52%、21.15%、8.21%。

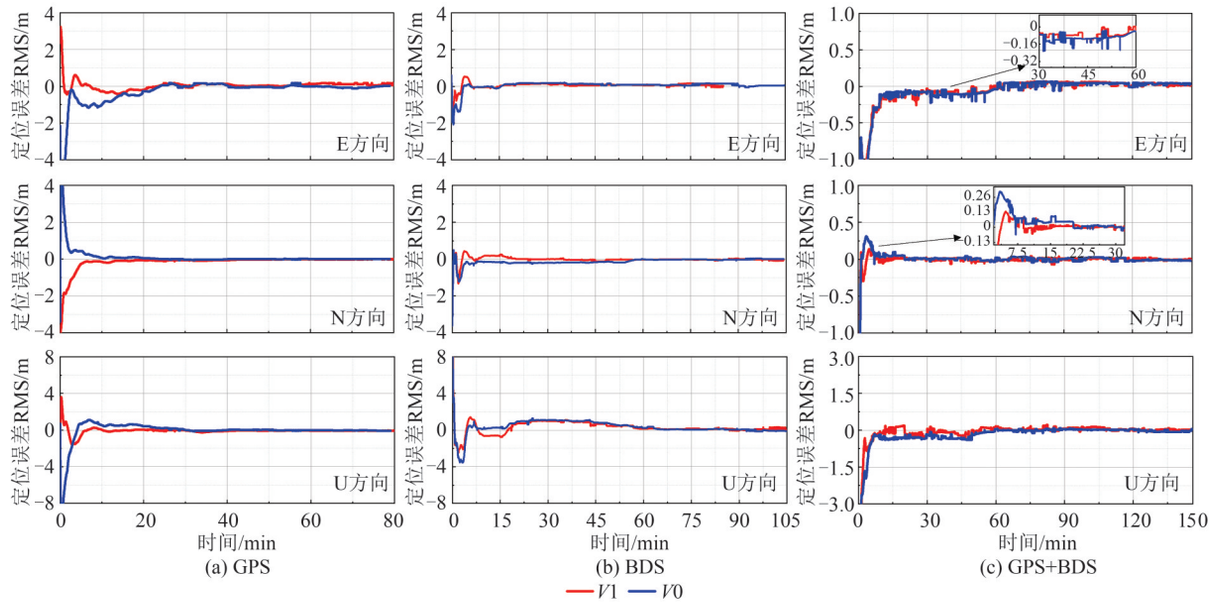


图9 遮挡环境下的定位误差

Fig. 9 Positioning Errors in Occluded Environment

从上述统计结果可以看出,在开阔环境下,改进抗差模型的定位算法在E、N平面方向的提升较为明显,GPS单系统和GPS+BDS双系统两种定位模式下定位精度在N方向的提升幅度较大。在遮挡环境中,GPS单系统定位模式下,改进模型在E、U方向上定位精度提升较为明显,BDS单系统整体定位精度优于GPS单系统,这是因为在遮挡环境下BDS可用卫星数较GPS的可用卫星数多,且其抗多径效应较好。在GPS+BDS双系统定位模式下,改进抗差模型的优化效果与开阔环境中的类似,精度主要提升在E、N方向,尤其是对于N方向的提升较为显著。

综合表4和表5中的RMS来看,采用改进抗差模型的GPS+BDS双系统定位模式的精度在6种定位策略中表现最优,这是由于BDS卫星的加入与抗差模型的改进形成协同效应,既通过增加可用卫星数优化空间构型,降低PDOP值,又有效抑制了异常观测值的干扰,从而有效地提升了定位精度。

表4 开阔环境下的定位性能

Table 4 Positioning Performance in Open-Sky Environment

定位策略	定位误差RMS/cm			TTFF/min	固定率/%
	E	N	U		
GPS-*V*0	11.60	6.34	12.33	15.57	88.87
GPS-*V*1	9.65	3.91	12.21	13.58	89.14
BDS-*V*0	15.70	6.47	16.23	13.62	86.62
BDS-*V*1	14.82	6.38	16.16	12.60	88.12
GPS+BDS-*V*0	10.82	5.93	11.36	10.77	89.09
GPS+BDS-*V*1	9.58	3.81	11.17	7.07	95.07

表5 遮挡环境下的定位性能

Table 5 Positioning Performance in Occluded Environment

定位策略	定位误差RMS/cm			TTFF/min	固定率/%
	E	N	U		
GPS-*V*0	108.71	42.99	147.01	21.08	14.09
GPS-*V*1	96.50	41.85	112.99	17.40	26.15
BDS-*V*0	54.94	39.20	99.36	16.73	43.49
BDS-*V*1	46.72	34.36	93.64	15.57	57.08
GPS+BDS-*V*0	29.39	27.71	94.86	13.82	75.55
GPS+BDS-*V*1	25.71	21.85	87.07	10.22	89.16

进一步分析表4和表5中的模糊度固定性能,即TTFF和模糊度固定率,分析本文改进抗差模型的解算性能。由表4和表5可以看出,相较于经典抗差模型,开阔环境下改进抗差模型有效缩短了TTFF,GPS+BDS双系统定位模式下TTFF缩短至10 min以内,较经典模型缩短了34.35%,模糊度固定率也提升了5.98%。对于GPS单和BDS单系统定位模式,改进模型的TTFF较经典模型分别缩短了12.78%和7.49%,但模糊度固定率并没有明显的提升。在遮挡环境下,相比于经典抗差模型,改进抗差模型后的TTFF在GPS单系统定位模式下缩短了17.46%,BDS单系统缩短了6.93%,同时GPS+BDS双系统定位模式下也缩短了26.05%。同时,改进抗差模型后的模糊度固定率分别提升了12.06%、13.59%和13.61%。综合来看,在开阔和遮挡两类实验环境下,改进抗差模型在不同系统定位模式下均能有效地缩短TTFF,同时遮挡环境下的模糊度固定率也有较为明显的提升,但

开阔环境下的模糊度固定率提升相对有限。

为进一步分析收敛前后模糊度参数的相关性特征,本文通过导出 Kalman 滤波收敛后的 IF 模糊度方差-协方差矩阵[34],来分析 GPS 和 BDS 不同卫星系统之间模糊度的相关性。图 10 给出了开阔环境和遮挡环境下初始解算历元和收敛后首个历元的各卫星之间的模糊度参数相关系数图。由图 10 可知,初始历元的模糊度参数在−1~1之间呈现差异性变化,开阔环境中两种抗差模型模糊度相关性特征基本保持一致。对比遮挡环境下的两类抗差模型可以看出,相对于经典模型,改进抗差模型的初始历元参与模糊度解算的 BDS 卫星数量较少,这是因为改进抗差模型对参与模糊度解算的卫星选择设置了较为严苛的筛选方案,有效剔除低质量观测值的干扰,以提升模糊度固定性能。在滤波收敛后,两种抗差模型下的模糊度相关性并无明显区别。

本文在部分模糊度固定时限制 WL 模糊度残差在±0.25 周以内[24],否则认为该模糊度存在误差,不参与 PPP 模糊度固定。进一步分析改进抗差模型对于模糊度固定的影响,选取遮挡环境下 GPS+BDS 组合定位分析 WL、NL 模糊度残差分布,结果如图 11、12 所示。由图 11、12 可知,GPS 和 BDS 两个系统的 WL、NL 模糊度残差基本符合正态分布,系统偏差较小,说明其解算特性与测地型接收机类似。

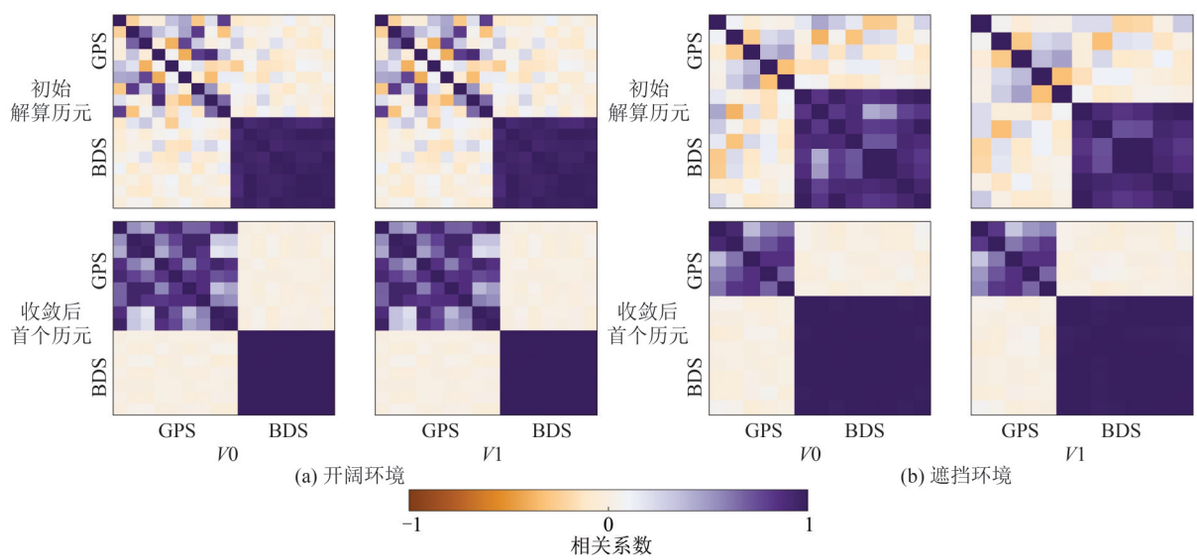


图 10　初始解算历元与滤波收敛后首个历元模糊度参数相关系数

Fig. 10　Correlation Coefficients of Ambiguity Parameters Between the Initial Solution Epoch and the First Epoch After Filter Convergence

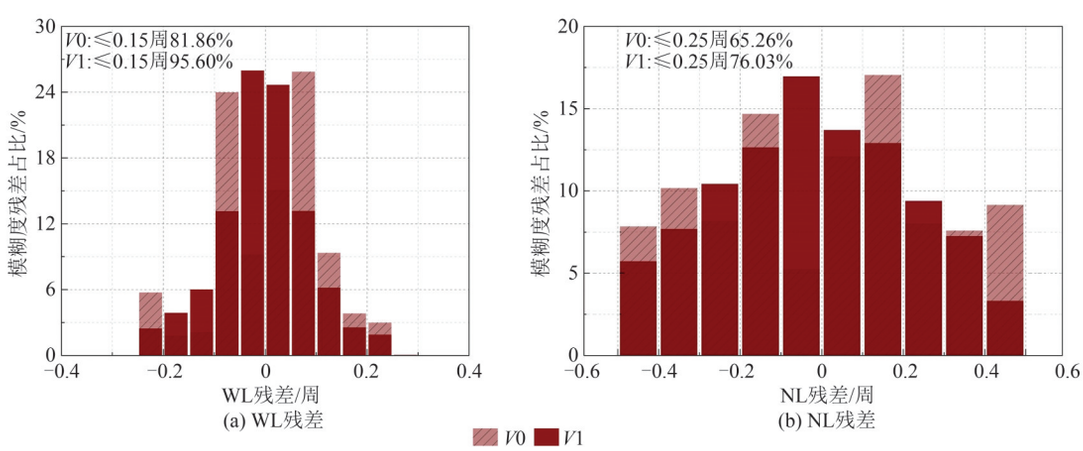


图 11　遮挡环境下 GPS 模糊度残差分布

Fig. 11　Distribution of GPS Ambiguity Residuals in Occluded Environment

遮挡环境下两种抗差模型的 WL、NL 模糊度残差占比如表 6 所示。由表 6 可知,改进抗差模型中 GPS 和 BDS WL 模糊度残差在±0.15 周内的占比分别为 95.60% 和 83.76%,分别较经典抗差模型提高了 13.74% 和 7.67%;改进抗差模型中 GPS 和 BDS NL 模糊度残差在±0.25 周内的

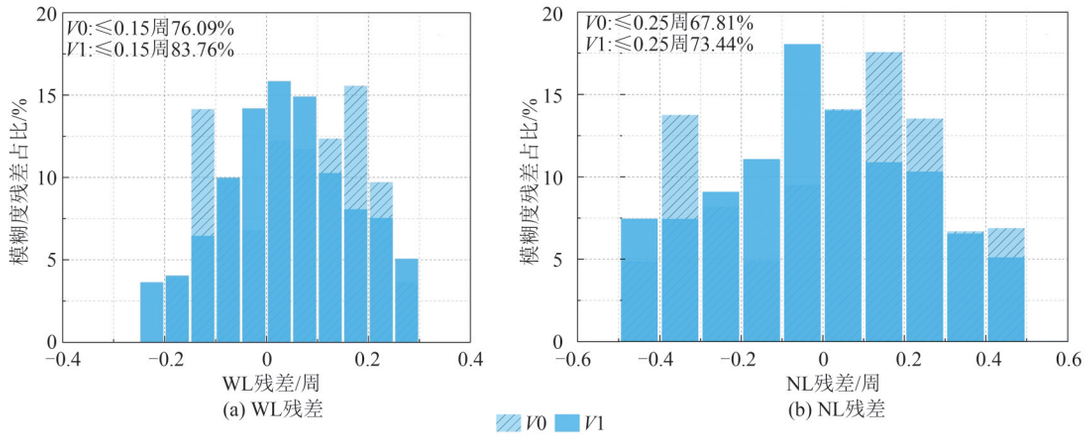


图12 遮挡环境下BDS模糊度残差分布

Fig. 12 Distribution of BDS Ambiguity Residuals in Occluded Environment

表6 遮挡环境下WL、NL模糊度残差占比/%

Table 6 Proportion of WL and NL Ambiguity Residuals in Occluded Environment/%

定位策略		WL残差/周				NL残差/周			
		[−0.25,−0.15)	[−0.15,0)	[0,0.15)	[0.15,0.25]	[−0.5,−0.25)	[−0.25,0)	[0,0.25)	[0.25,0.5]
*V*0	GPS	15.09	46.20	35.66	3.05	18.01	28.10	37.16	16.73
	BDS	14.14	24.24	51.85	9.77	18.62	22.60	45.21	13.57
*V*1	GPS	2.45	49.03	46.57	1.95	13.40	40.03	36.00	10.57
	BDS	3.64	34.68	49.08	12.60	14.90	38.21	35.23	11.66

占比分别为76.03%和73.44%,分别较经典抗差模型提高了10.77%和5.63%。上述结果表明,改进抗差模型能增强PPP模糊度固定的性能。

3 结 语

本文提出了一种针对低成本接收机的改进抗差模型,该模型首先计算Kalman滤波迭代后的观测值验后残差完成对观测值的质量评估;随后,综合考虑不同实验环境中的误差特性,选择适当的验后残差阈值,以便在抗差模型中对观测值进行初步筛选;最后,完成等价权处理。在这个过程中,模型考虑到了数据预处理阶段未能完全剔除的周跳问题并给后续的模糊度固定提供了数据标签,以提高解算性能和定位精度。实验采取了部分模糊度固定的方法对SinoGNSS接收机在开阔和遮挡两类实验环境中采集的数据进行了静态PPP模糊度固定解算,对比分析了本文所提的改进IGGⅢ抗差模型与经典IGGⅢ抗差模型的定位精度。具体结论如下:

1)在定位精度方面,开阔环境中,GPS单系统和GPS+BDS双系统定位解算模式下,改进抗差模型在E、N、U 3个方向上的定位精度均显著优于经典抗差模型,但BDS单系统在改进抗差模型下的定位精度提升幅度并不明显。在遮挡环境中,BDS单系统定位精度整体优于GPS单系统,改进抗差模型的GPS单系统定位在E、U方向上的定位精度较经典抗差模型分别提升了11.23%和23.14%,BDS单系统定位和GPS+BDS双系统定位在E、N方向上的定位精度较经典抗差模型分别提升了14.96%、12.35%和12.52%、21.15%。

2)在解算性能方面,改进抗差模型在开阔和遮挡两类实验环境下均能有效地缩短解算的TTFF。开阔环境下,改进抗差模型后的GPS+BDS双系统TTFF较经典模型缩短了34.35%,GPS单系统和BDS单系统改进模型后的TTFF较经典模型分别缩短了12.78%和7.49%。在遮挡环境中,改进抗差模型后TTFF在GPS和BDS单系统定位模式下分别缩短了17.46%和6.93%,在GPS+BDS双系统下缩短了26.05%。同时,遮挡环境下改进模型后的3种定位模式的模糊度固定率分别提升了12.06%、13.59%和13.61%,但在开阔环境中模糊度固定率并无明显改善。

在使用低成本接收机进行PPP模糊度固定时,本文所提的改进抗差模型在一定程度上保证了PPP模糊度固定实验数据的可靠性。在遮挡环境下对于缩短模糊度TTFF和提高模糊度固定率有一定优势,为后续结合更多的卫星系统研究动态环境下观测数据质量更差的低成本接收机PPP模糊度固定提供了参考依据。

参 考 文 献

[1] 陈秀德, 刘惠, 蔚保国, 等. 北斗/GNSS广域精密定位技术与服务: 现状与展望[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2025, 50(3): 413-429.
CHEN Xiude, LIU Hui, YU Baoguo, et al. BeiDou/GNSS Wide-Area Precise Positioning Technology and Service: Current Situation and Prospects [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2025, 50(3): 413-429.

[2] 中国卫星导航定位协会. 2025中国卫星导航与位置服务产业发展白皮书[R]. 北京: 中国卫星导航定位协会, 2025.
China Satellite Navigation and Positioning Association. 2025 White Paper on the Development of China's Satellite Navigation and Location-Based Services Industry [R]. Beijing: China Satellite Navigation and Positioning Association, 2025.

[3] ROBUSTELLI U, BAIOCCHI V, PUGLIANO G, et al. Assessment of Dual Frequency GNSS Observations from a Xiaomi Mi 8 Android Smartphone and Positioning Performance Analysis [J]. *Electronics*, 2019, 8(1): 91.

[4] WENG D J, GAN X L, CHEN W, et al. A New DGNSS Positioning Infrastructure for Android Smartphones[J]. *Sensors*, 2020, 20(2): 487.

[5] 陈超. 城市环境下惯性信息辅助GNSS精密定位模糊度固定方法研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2022.
CHEN Chao. Research on Ambiguity Resolution of INS-Aided High-Precision GNSS in Urban Environment[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2022.

[6] WEN Q, GENG J H, LI G C, et al. Precise Point Positioning with Ambiguity Resolution Using an External Survey-Grade Antenna Enhanced Dual-Frequency Android GNSS Data [J]. *Measurement*, 2020, 157: 107634.

[7] HAN H Z, WANG J, WANG J L, et al. Reliable Partial Ambiguity Resolution for Single-Frequency GPS/BDS and INS Integration[J]. *GPS Solutions*, 2017, 21(1): 251-264.

[8] LI X X, WANG H, LI X, et al. PPP Rapid Ambiguity Resolution Using Android GNSS Raw Measurements with a Low-Cost Helical Antenna [J]. *Journal of Geodesy*, 2022, 96(10): 65.

[9] 薛佳琦, 杜源, 张勤, 等. 基于IGGⅢ抗差估计的GNSS部分模糊度固定改进算法[J]. 大地测量与地球动力学, 2024, 44(11): 1155-1160.
XUE Jiaqi, DU Yuan, ZHANG Qin, et al. Improved Algorithm of GNSS Partial Ambiguity Resolution Based on IGGⅢ Robust Estimation[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2024, 44(11): 1155-1160.

[10] 祝会忠, 范佳宝, 李军. 低成本GNSS终端的抗差RTK定位性能研究[J]. 测绘科学, 2023, 48(12): 1-9.
ZHU Huizhong, FAN Jiabao, LI Jun. Research on the Positioning Performance of Robust RTK in Low-Cost GNSS Terminals [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2023, 48(12): 1-9.

[11] 刘星, 李安然, 石俊炯, 等. 低成本GNSS模块RTK性能比较分析[J]. 测绘科学, 2021, 46(3): 27-31.
LIU Xing, LI Anran, SHI Junjiong, et al. RTK Performance Comparative Analysis of Low-Cost GNSS Receivers[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2021, 46(3): 27-31.

[12] LI G C, GENG J H. Characteristics of Raw Multi-GNSS Measurement Error from Google Android Smart Devices [J]. *GPS Solutions*, 2019, 23(3): 90.

[13] GENG J H, LI G C. On the Feasibility of Resolving Android GNSS Carrier-Phase Ambiguities[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(12): 2621-2635.

[14] 栗广才. 大众智能手机GNSS模糊度固定理论与方法[D]. 武汉: 武汉大学, 2021.
LI Guangcai. Theory and Method of GNSS Ambiguity Resolution for Smartphones[D]. Wuhan: Wuhan University, 2021.

[15] LI X, GOU H L, LYU H B, et al. Improving Low-Cost GNSS Positioning Through Hybrid-Frequency PPP Ambiguity Resolution with Classified Augmented Regional Corrections[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2023, 23(20): 24673-24685.

[16] 赵传宝. 多模GNSS非组合精密单点定位: 低成本单频模型构建与多频模型精化[D]. 武汉: 中国科学院大学(中国科学院精密测量科学与技术创新研究院), 2021.
ZHAO Chuanbao. Multi-mode GNSS Non-integrated Precise Point Positioning: Low-Cost Single-Frequency Model Construction and Multi-frequency Model Refinement [D]. Wuhan: Innovation Academy for Precision Measurement Science and Technology, Chinese Academy of Sciences, 2021.

[17] ZHAO C B, ZHANG B C, ZHANG X. SUPREME: An Open-Source Single-Frequency Uncombined Precise Point Positioning Software [J]. *GPS Solutions*, 2021, 25(3): 86.

[18] 李俊强, 徐胜意, 郭靖, 等. IGS不同分析中心多频多模产品质量分析和精密单点定位验证[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2025, DOI: 10.13203/j.whugis20240430.

LI Junqiang, XU Shengyi, GUO Jing, et al. Multi-GNSS and Multi-frequency Precise Point Positioning Based on High Accuracy Products from IGS Analysis Centers[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2025, DOI: 10.13203/j. whugis20240430.

[19] BANVILLE S, GENG J H, LOYER S, et al. On the Interoperability of IGS Products for Precise Point Positioning with Ambiguity Resolution[J]. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(1): 10.

[20] 刘经南, 姚宜斌, 施闯. 基于等价方差-协方差阵的稳健最小二乘估计理论研究[J]. 测绘科学, 2000, 25(3): 1-6.
LIU Jingnan, YAO Yibin, SHI Chuang. Theory Research on Robustified Least Squares Estimator Based on Equivalent Variance-Covariance[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2000, 25(3): 1-6.

[21] 杨元喜. 自适应动态导航定位[M]. 北京: 测绘出版社, 2017.
YANG Yuanxi. Adaptive Navigation and Kinematic Positioning[M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2017.

[22] 张小红, 郭斐, 李盼, 等. GNSS精密单点定位中的实时质量控制[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2012, 37(8): 940-944.
ZHANG Xiaohong, GUO Fei, LI Pan, et al. Real-Time Quality Control Procedure for GNSS Precise Point Positioning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012, 37(8): 940-944.

[23] 张小红, 潘宇明, 左翔, 等. 一种改进的抗差Kalman滤波方法在精密单点定位中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(7): 858-864.
ZHANG Xiaohong, PAN Yuming, ZUO Xiang, et al. An Improved Robust Kalman Filtering and Its Application in PPP[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(7): 858-864.

[24] YU H, SHEN Y, YANG L, et al. Robust M-Estimation Using the Equivalent Weights Constructed by Removing the Influence of an Outlier on the Residuals[J]. *Survey Review*, 2019, 51(364): 60-69.

[25] 陈健平, 沈云中. 相关观测值双因子抗差估计的改进算法[J]. 大地测量与地球动力学, 2020, 40(5): 507-511.
CHEN Jianping, SHEN Yunzhong. An Improved Robust Estimation Algorithm for Correlated Observations[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2020, 40(5): 507-511.

[26] HE L N, HE X X, HUANG Y. Enhanced Precise Orbit Determination of BDS-3 MEO Satellites Based on Ambiguity Resolution with B1C/B2a Dual-Frequency Combination[J]. *Measurement*, 2022, 205: 112197.

[27] 王思遥, 李博峰. 全球参考站网窄巷非校准相位延迟产品时变特性[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2018, 46(4): 542-549.
WANG Siyao, LI Bofeng. Time-Varying Property of Narrow-Lane Uncalibrated Phase Delays Products Estimated from a Global Reference Station Network[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2018, 46(4): 542-549.

[28] OGUTCU S, ALCAY S, DUMAN H, et al. Static and Kinematic PPP-AR Performance of Low-Cost GNSS Receiver in Monitoring Displacements[J]. *Advances in Space Research*, 2023, 72(11): 4795-4808.

[29] PSYCHAS D, VERHAGEN S, TEUNISSEN P J G. Precision Analysis of Partial Ambiguity Resolution-Enabled PPP Using Multi-GNSS and Multi-frequency Signals[J]. *Advances in Space Research*, 2020, 66(9): 2075-2093.

[30] 许长辉, 高井祥, 胡洪, 等. 精密单点定位的抗差卡尔曼滤波研究[J]. 中国矿业大学学报, 2012, 41(5): 857-862.
XU Changhui, GAO Jingxiang, HU Hong, et al. Robust Kalman Filtering for Precise Point Positioning[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2012, 41(5): 857-862.

[31] 张小红, 李星星, 郭斐, 等. GNSS精密单点定位理论方法及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2021.
ZHANG Xiaohong, LI Xingxing, GUO Fei, et al. GNSS Precise Point Positioning Theory, Methods and Applications[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2021.

[32] 闫忠宝, 张小红. GNSS非组合PPP部分模糊度固定方法与结果分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(6): 979-989.
YAN Zhongbao, ZHANG Xiaohong. Partial Ambiguity Resolution Method and Results Analysis for GNSS Uncombined PPP[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(6): 979-989.

[33] LI P, ZHANG X H, LI P, et al. Precise Point Positioning with Partial Ambiguity Fixing[J]. *Sensors*, 2015, 15(6): 13627-13643.

[34] HE L N, DAI W C, WANG H, et al. Elevating Performance in BDS-3 Precise Point Positioning Ambiguity Resolution Through LEO Augmented Constellations[J]. *Measurement*, 2024, 236: 115010.

[35] EVERETT T, TAYLOR T, LEE D K, et al. Optimizing the Use of RTKLIB for Smartphone-Based GNSS Measurements[J]. *Sensors*, 2022, 22(10): 3825.